AM 2	Rec. 1° parcial	1/1
	Prof. Carnevali	19-2-22

E1 Dada la familia de curvas de ecuación $y = Ax^3$
Hallar la ecuación de la familia ortogonal.

$$y = Ax^3 \rightarrow A = \frac{y}{x^3}$$

$$\hookrightarrow y' = 3Ax^2 = 3\frac{y}{\cancel{x^3}}\cancel{x^2} = \frac{3y}{x} \rightarrow y' = \frac{3y}{x}$$

$$y'_{\perp} = \frac{-1}{y'} = -\frac{x}{3y}$$

Flia $\perp$: $\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{3y} \rightarrow 3y\,dy = -x\,dx$

integro m.a m. $\quad c \in \mathbb{R}$

$$\frac{3y^2}{2} = -\frac{x^2}{2} + c \rightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{3y^2}{2} = c$$

$$\boxed{x^2 + 3y^2 = k} \qquad 2c = k$$

E2 Dada $f(x,y) = x^3 + y^2 + xy + 3$, analizar si f tiene algún extremo local y, en caso afirmativo, clasificarlo

f diferenciable $\rightarrow$ busco $(x,y) \;/\; \nabla f(x,y) = (0,0)$

$$\begin{cases} ① \; f'_x = 0 = 3x^2 + y \rightarrow y = -3x^2 \rightarrow \text{si } y = 0 \Rightarrow x = 0 \rightarrow \boxed{PC_1 = (0,0)} \\ ② \; f'_y = 0 = 2y + x \rightarrow \boxed{\text{si } y = 0 \Rightarrow x = 0} \qquad \text{si } y \neq 0 \rightarrow y = -3x^2 \end{cases}$$

$$\boxed{\text{si } y \neq 0} \rightarrow \left.\begin{matrix} ① \; y = -3x^2 \\ ② \; x = -2y \end{matrix}\right\} \rightarrow y = -3(-2y)^2 = \underbrace{-3 \times 4y^2}_{-12y^2}$$

$$12y^2 + y = 0 = y(12y + 1)$$

$y \neq 0$

$12y + 1 = 0$

$y = -1/12$

$x = -2(-1/12) = 1/6$

$$\boxed{PC_2 = \left(\frac{1}{6}, -\frac{1}{12}\right)}$$

Hessiano

$$\left.\begin{matrix} f''_{xx} = 6x \\ f''_{xy} = 1 \\ f''_{yy} = 2 \end{matrix}\right\} H = \begin{pmatrix} 6x & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

PC1 $\quad |H(0,0)| = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -1 < 0 \rightarrow$ punto silla

$$\left|H\left(\tfrac{1}{6}, \tfrac{-1}{12}\right)\right| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 1 > 0 \text{ hay extremo}, \; f''_{xx} > 0 \Bigg\} \boxed{f\left(\tfrac{1}{6}, \tfrac{-1}{12}\right) \text{ es MÍNIMO LOCAL}}$$

(E3) Dada la curva C definida por: $(x-1)^2+y^2=1$: S

$\mathbb{L}$ $\wedge$ $x+z=3$: T

Analizar si la recta tangente a C en el punto $(1,1,2)$ corta al plano $2x+y+3z=10$.

En caso afirmativo, hallar el punto de corte.

$$G_{(x,y,z)}=(x-1)^2+y^2-1 \rightarrow \nabla G_{(xyz)}=(2(x-1),2y,0)$$

$$H_{(xyz)}=x+z-3 \rightarrow \nabla H_{(xyz)}=(1,0,1)$$

$C=S\cap T \Rightarrow$ dirección recta tangente es $\nabla G \times \nabla H$

$\rightarrow$ en $(1,1,2) \rightarrow$ dirección $=\nabla G_{(1,1,2)} \times \nabla H_{(1,1,2)}$

$$\text{dirección}=(0,2,0)\times(1,0,1)=(2,0,-2)$$

$$\begin{matrix}0 & 2 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{matrix} > (2,0,-2)$$

$\rightarrow \mathbb{L}: \bar{\beta}(t)=t(2,0,-2)+(1,1,2)$ ← el punto dado

$$\boxed{\beta(t)=(\underbrace{2t+1}_{x};\underbrace{1}_{y};\underbrace{-2t+2}_{z})}$$

$\mathbb{L}\cap$ plano:

$$2x+y+3z=10$$

$$2(2t+1)+1+3(-2t+2)=10$$

$$4t+2+1-6t+6=10$$

$$\boxed{-1=2t} \quad \boxed{t=-1/2}$$

$$\boxed{P=\bar{\beta}(-1/2)=(0,1,3)}$$

---

(4) Hallar la sol. particular de $y'+y=x$, con $y_{(0)}=3$

SH) $r+1=0 \rightarrow r=-1 \rightarrow \boxed{y_H=Ae^{-x}}$ $A\in\mathbb{R}$

SP) $y_p=Bx+C \rightarrow y'=B$

$$y'+y=x$$

$$B+Bx+C=x \rightarrow \begin{cases}B=1\\ B+C=0 \rightarrow C=-1\end{cases} \qquad \boxed{y_p=x-1}$$

$$y_G=Ae^{-x}+x-1$$

$$y_{(0)}=Ae^{-0}+0-1=3 \rightarrow A-1=3 \rightarrow A=4$$

$$\boxed{y_{(x)}=4e^{-x}+x-1}$$